

# Fontes de campo magnético

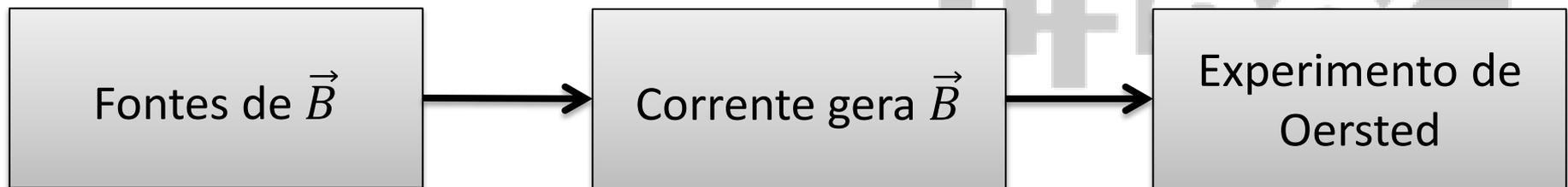
Prof. Dr. Maycon Motta



# Até agora...

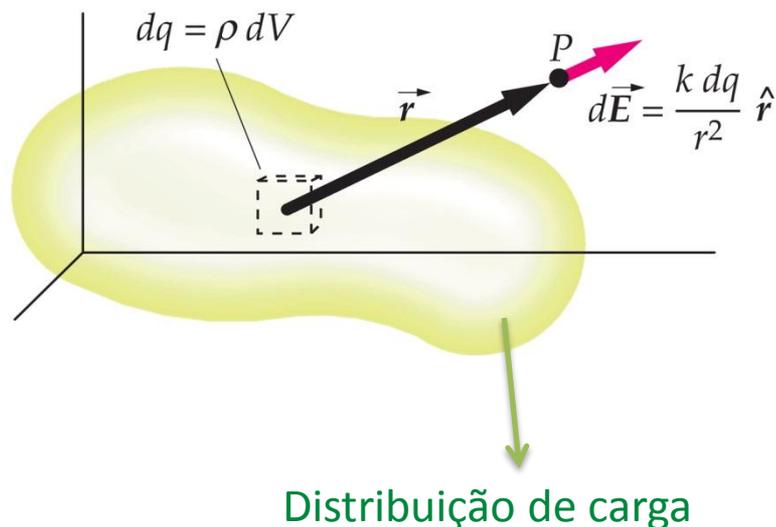
---

- Efeitos de  $\vec{B}$  sobre partículas carregadas através de  $\vec{F}_B$ ;
- Campos cruzados;
- Efeito Hall;
- Força sobre fios conduzindo corrente.



# Cálculo do campo elétrico...

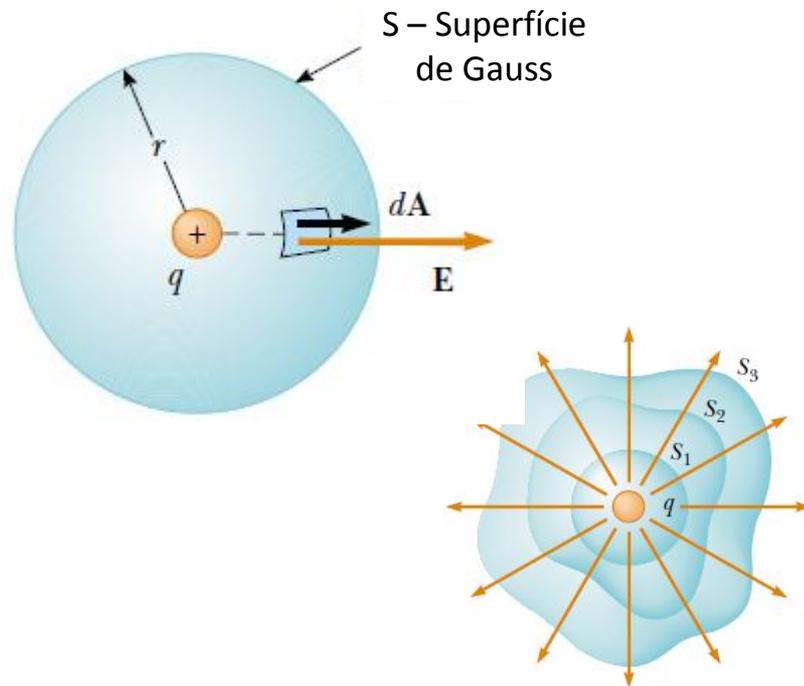
## Casos de baixa simetria



Baseado na Lei de Coulomb

$$\vec{E} = k \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

## Casos de alta simetria

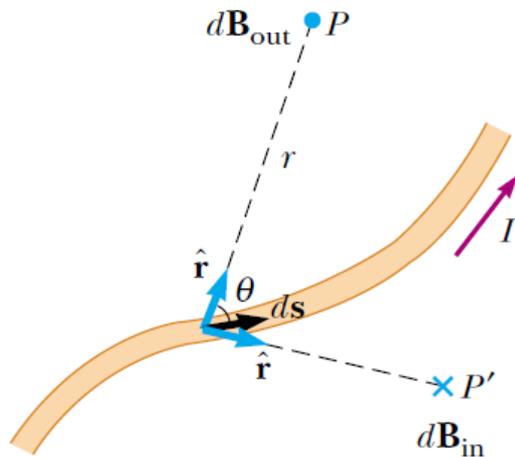


Lei de Gauss

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} da = \frac{q_{env}}{\epsilon_0}$$

# E para o caso magnético?

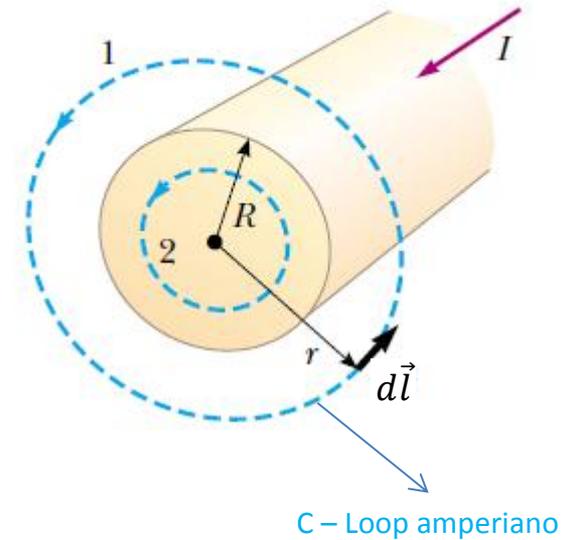
Casos de baixa simetria



Lei de Biot-Savart

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Casos de alta simetria

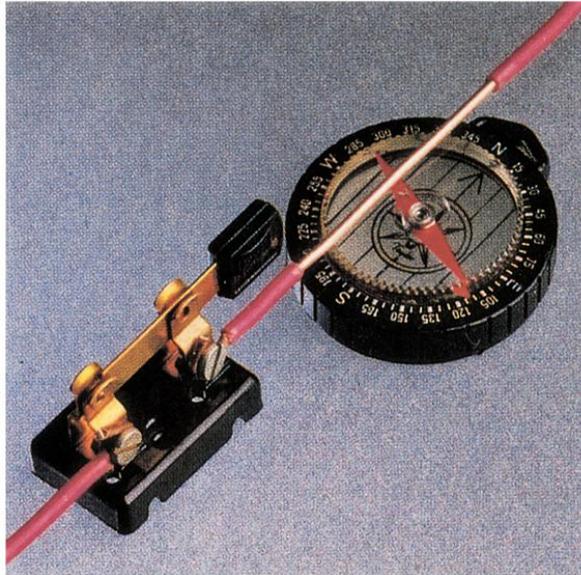
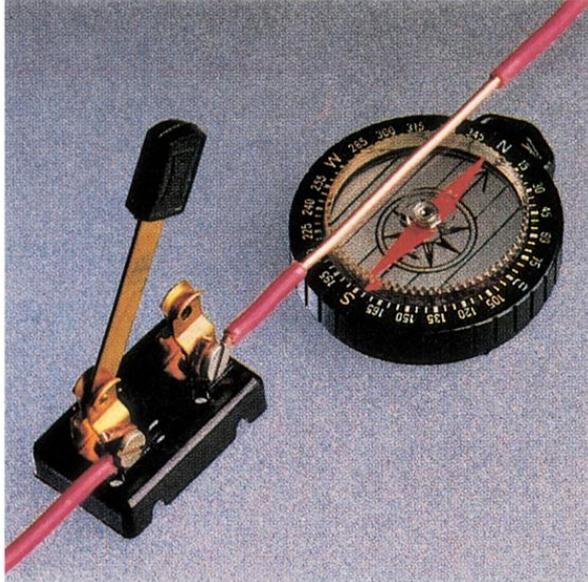


Lei de Ampère

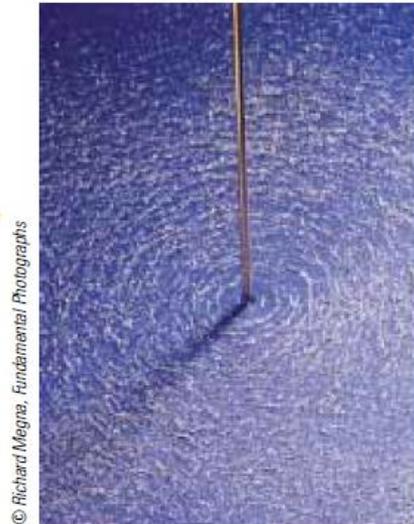
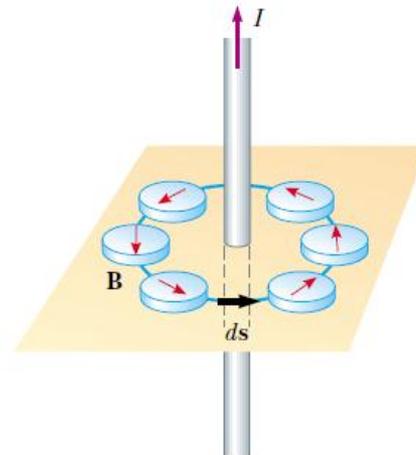
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Em muitos livros:  $d\vec{l} = d\vec{s}$

# Experimento de Øersted (1819)



Relacionou a eletricidade e o magnetismo.

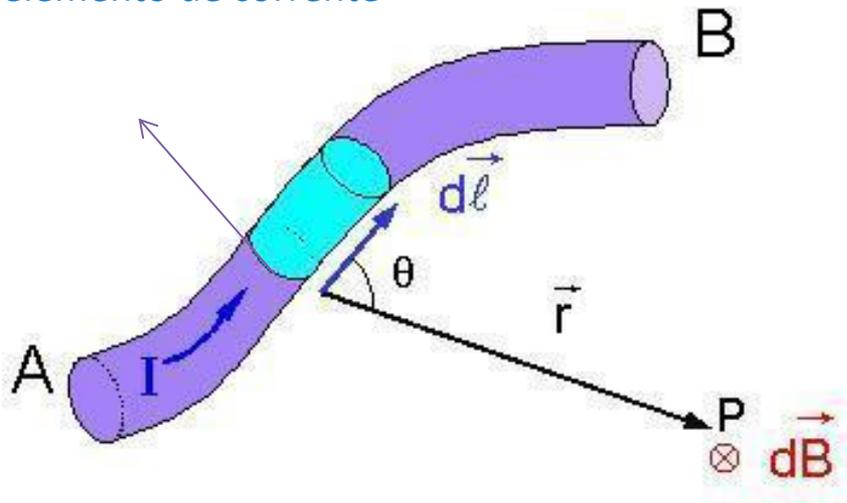


© Richard Megna, Fundamental Photographs

# Lei de Biot-Savart

Medidas quantitativas da força exercida por uma corrente elétrica sobre a agulha de uma bússola.

$i d\vec{l}$  → elemento de corrente



- $d\vec{B} \perp d\vec{l}$
- $d\vec{B} \perp \hat{r}$  →  $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$
- $|d\vec{B}| \propto \frac{1}{r^2}$
- $|d\vec{B}| \propto i$       $\theta = \sphericalangle$  entre  $d\vec{l}$  e  $\hat{r}$
- $|d\vec{B}| \propto \text{sen}(\theta)$

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Integral sobre a distribuição de corrente

Similar a  $\vec{E}$

# Constantes $\mu_0$ e $\epsilon_0$

A constante de permeabilidade magnética no vácuo é igual a:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$$

Relembrando que a constante de permissividade elétrica vale:

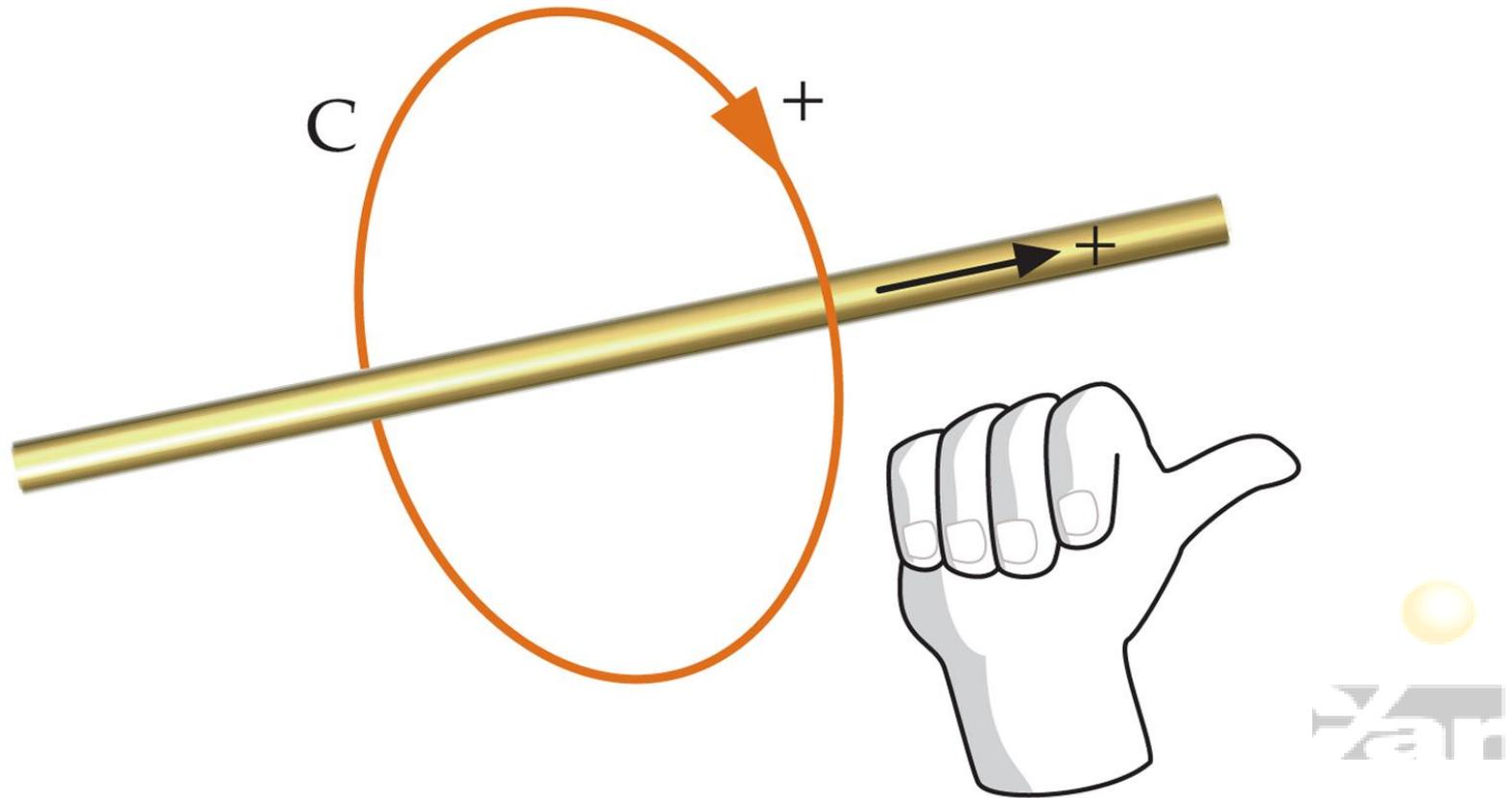
$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

Das Equações de Maxwell surge a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas dada por:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \cdot \epsilon_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

# Exemplo 1

---

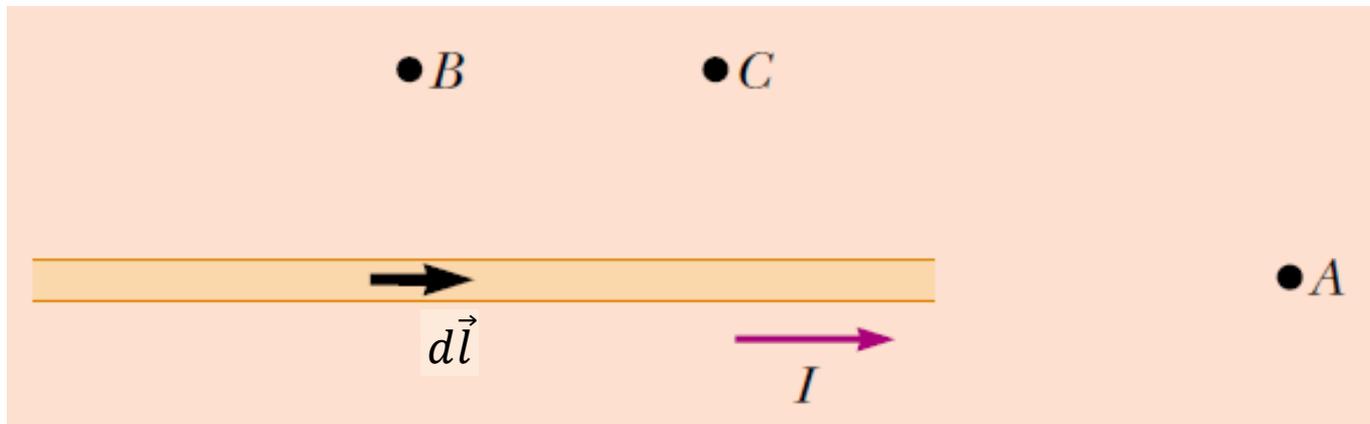


Regra da mão direita

---

# Desafio 1

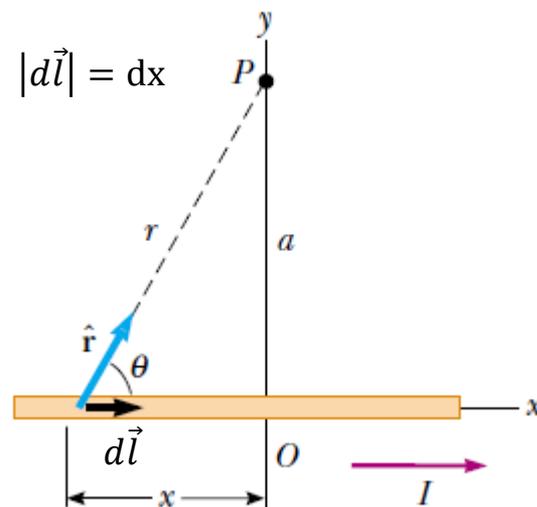
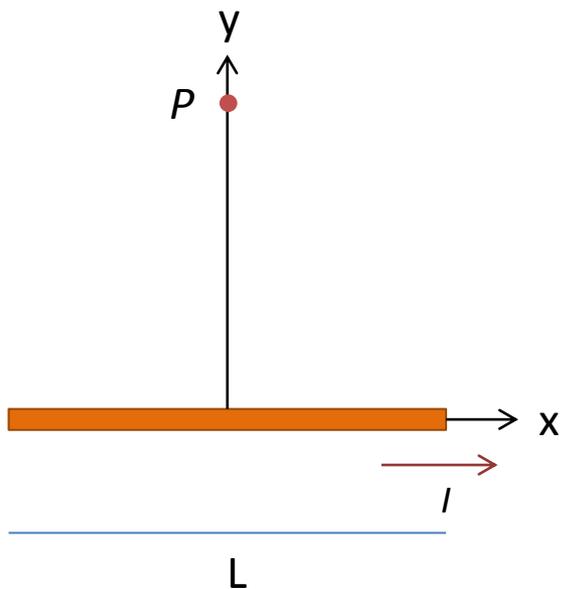
Considere a corrente ao longo de um fio reto, como mostrado abaixo. Classifique, do maior para o menor, os pontos A, B e C em termos da magnitude do campo magnético devido a uma corrente transportada pelo fio.



**R:  $B > C > A$**

# Exemplo 1

Considere um fio reto e fino de comprimento  $L$  transporta uma corrente  $I$  colocado no eixo  $x$  como mostrado na figura. Determine a magnitude, a direção e o sentido do campo magnético no ponto  $P$  devido a essa corrente.



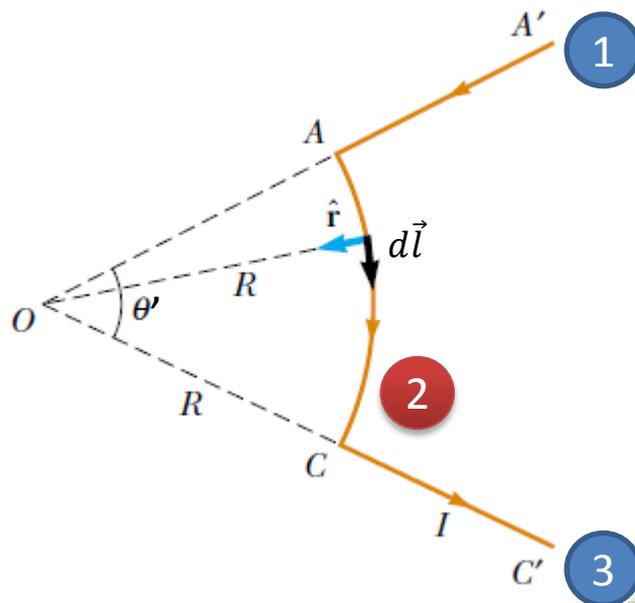
$$B = \frac{\mu_0 I L}{2\pi y (L^2 + 4y^2)^{1/2}}$$

**Direção:** perpendicular a esse plano  
**Sentido:** saindo na folha

ufsc.br

# Exemplo 2

Um fio consiste de dois segmentos retos e um arco de círculo de raio  $R$  e ângulo  $\theta$ , que transporta uma corrente  $I$  cujo sentido é dado pela figura abaixo. Calcule o campo magnético  $\vec{B}$  (módulo, direção e sentido) no ponto  $O$  devido a esse segmento de fio.



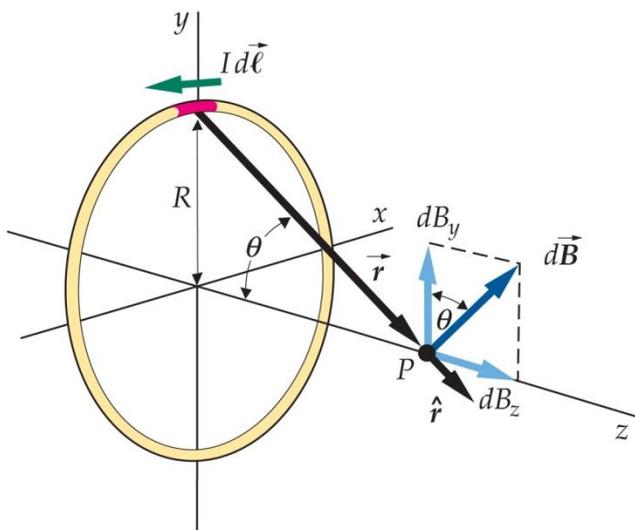
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \theta'$$

**Direção:** perpendicular a esse plano  
**Sentido:** entrando na folha



# Exemplo 3

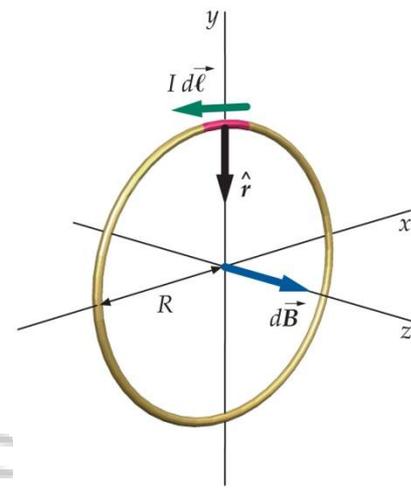
Uma espira de raio  $R$  está localizada no plano  $xy$ , como mostra a figura abaixo. Calcule o campo magnético  $\vec{B}$  no ponto  $P$  a uma distância  $x$  de seu centro.



$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

Qual é o campo magnético se  $z \rightarrow 0$ ?

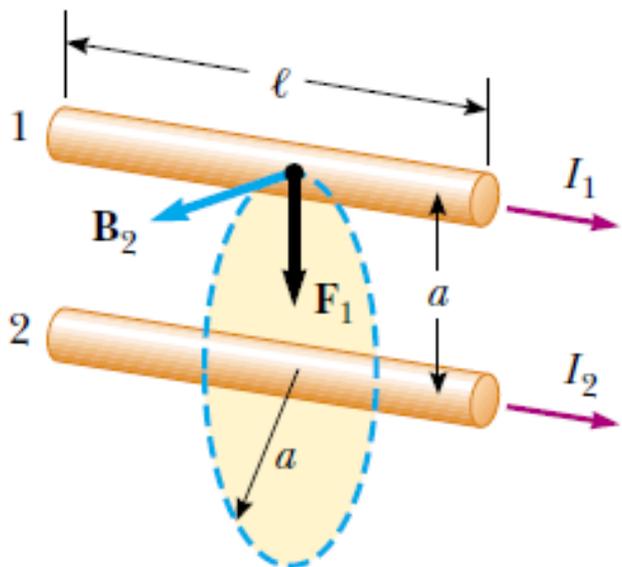
$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$



$$B \approx \frac{\mu_0 I R^2}{2z^3}$$

E se  $z \gg R$ , qual é o valor do campo magnético?

# Força magnética entre dois fios paralelos



$$\vec{F}_{12} = I_1 \vec{L} \times \vec{B}_2$$

$$\frac{F_{12}}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}$$

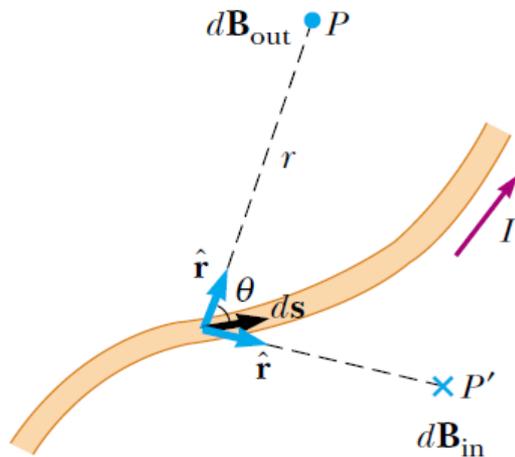
Correntes paralelas se atraem;  
antiparalelas se repelem. 

**Definição de Ampère:** Um ampere corresponde a uma corrente elétrica constante que passa por dois fios retos paralelos, de comprimento infinito e seção reta desprezível, situados no vácuo e afastados 1 metro um do outro, a qual produz uma força entre os mesmos de  $2 \times 10^{-7}$  N/m (0,0000002 newtons por metro)

ufscat

# Cálculo de $\vec{B}$

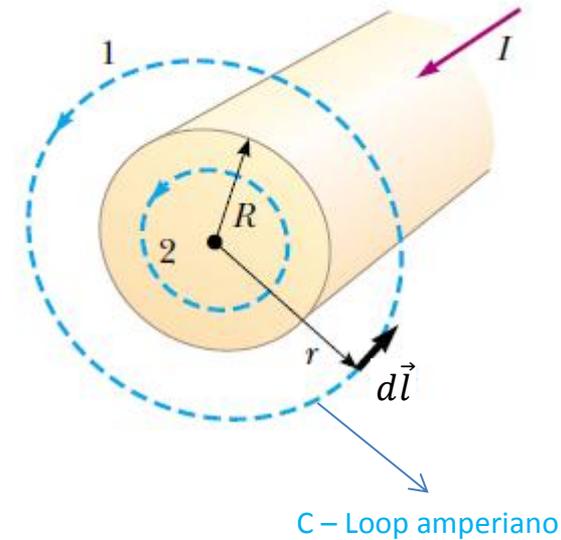
Casos de baixa simetria



Lei de Biot-Savart

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Casos de alta simetria



Lei de Ampère

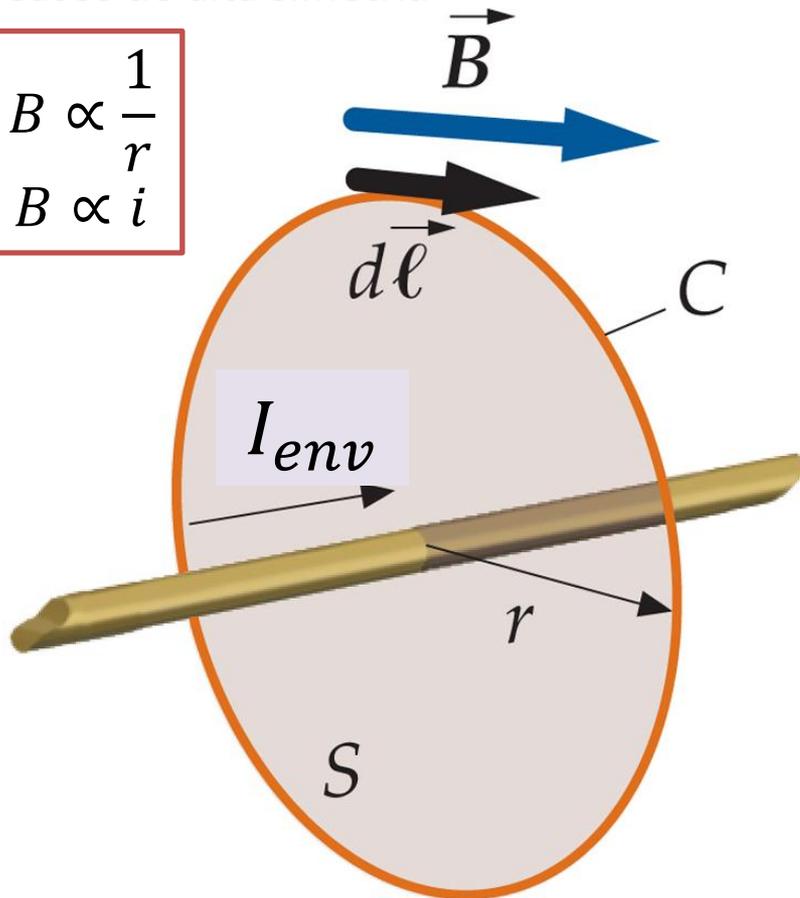
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Em muitos livros:  $d\vec{l} = d\vec{s}$

# Lei de Ampère

Casos de alta simetria

$$B \propto \frac{1}{r}$$
$$B \propto i$$



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{env}$$

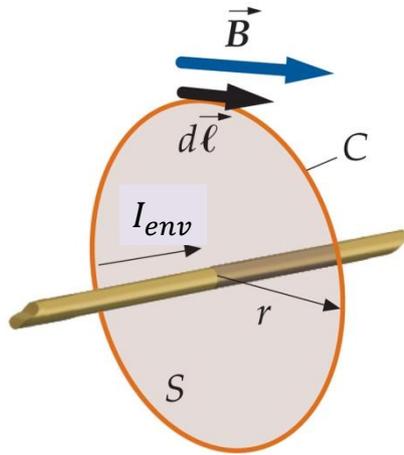
Incógnita

Corrente resultante que corta a área ou superfície  $S$  restrita ou limitada pelo caminho  $C$ .

O caminho  $C$  (ou laço de Ampère) é escolhido de forma a se adaptar à simetria do campo.

Apesar de a Lei de Gauss e a Lei de Ampère serem empregadas em problemas de alta simetria, a Lei de Ampère não se refere-se a fluxo, mas a circulação de  $\vec{B}$  em torno de um fio.

# Lei de Ampère x Lei de Gauss

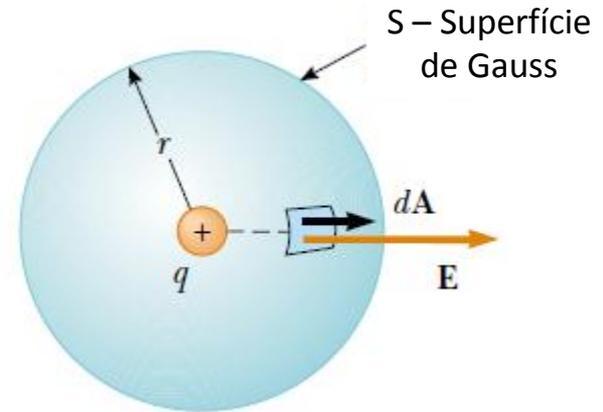


$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{env} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot \vec{n} dA$$

Orientação: pode ser escolhido arbitrariamente, mas deve seguir a regra da mão direita para o sinal da corrente.

Lembre-se: não é fluxo!

O fluxo magnético será tratado em outro momento...



$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} da = \frac{q_{env}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

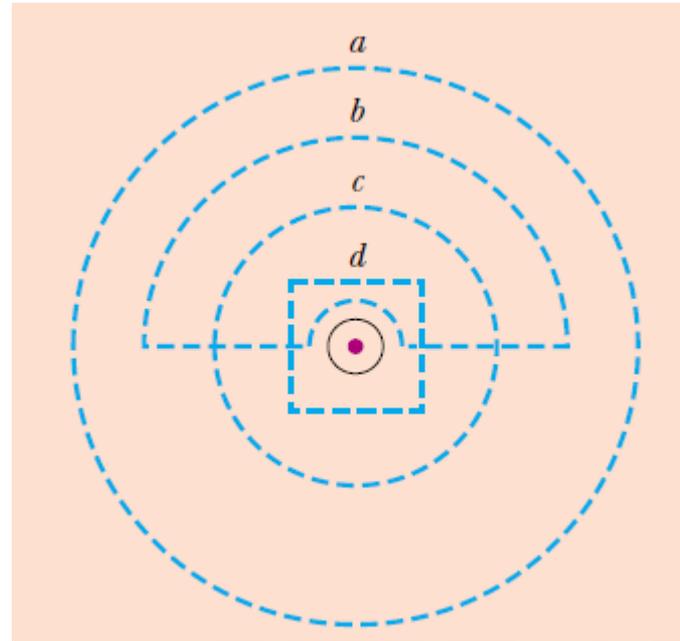
Orientação: saindo da superfície fechada.



# Desafio 2

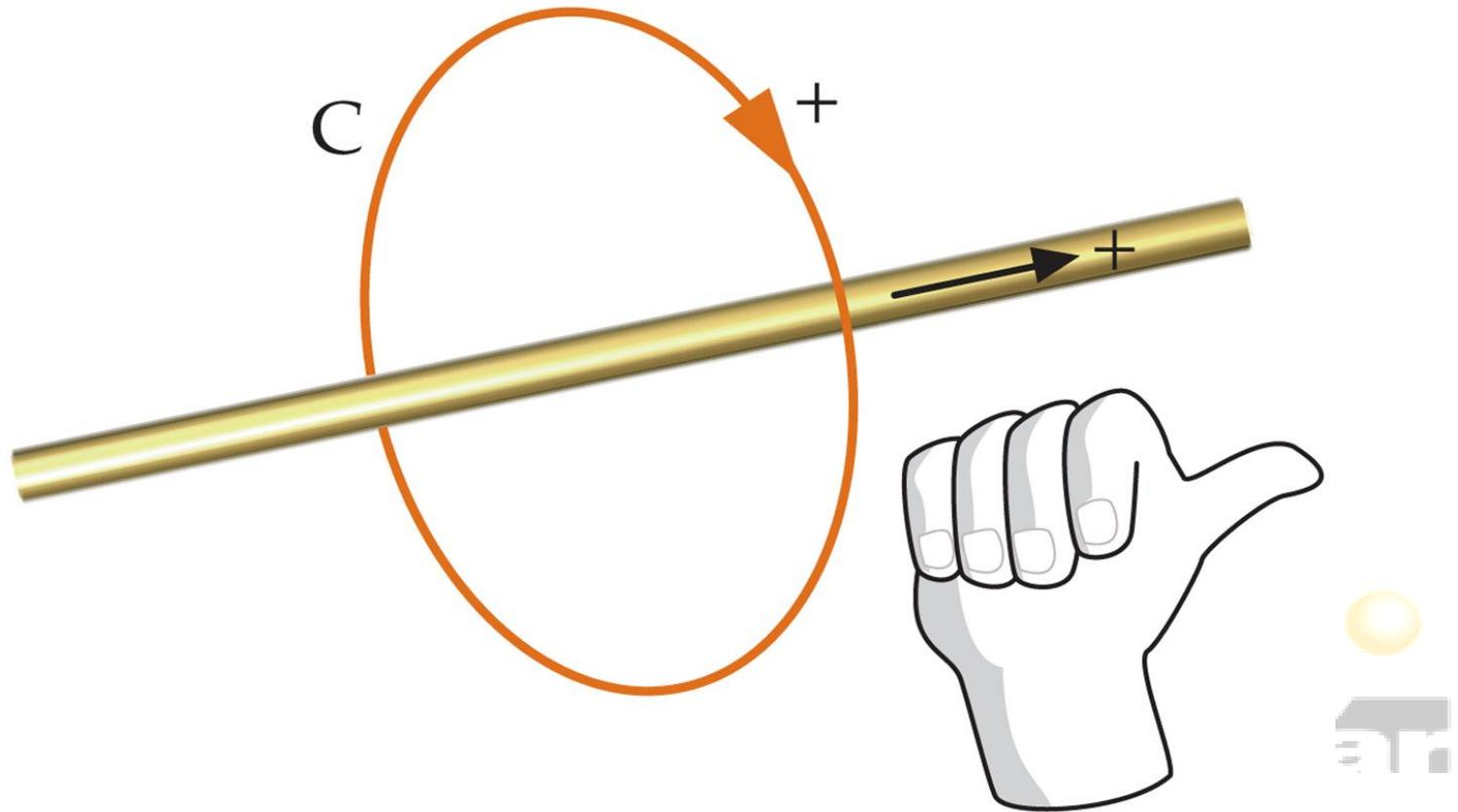
Considere vários caminhos fechados a, b, c, e d próximos a um fio transportando corrente que corta o plano da lousa/tela. Classifique, do maior para o menor, a magnitude de  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$  para esses caminhos fechados.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{env}$$



**R: a = c = d > b**

# Orientação: regra da mão direita

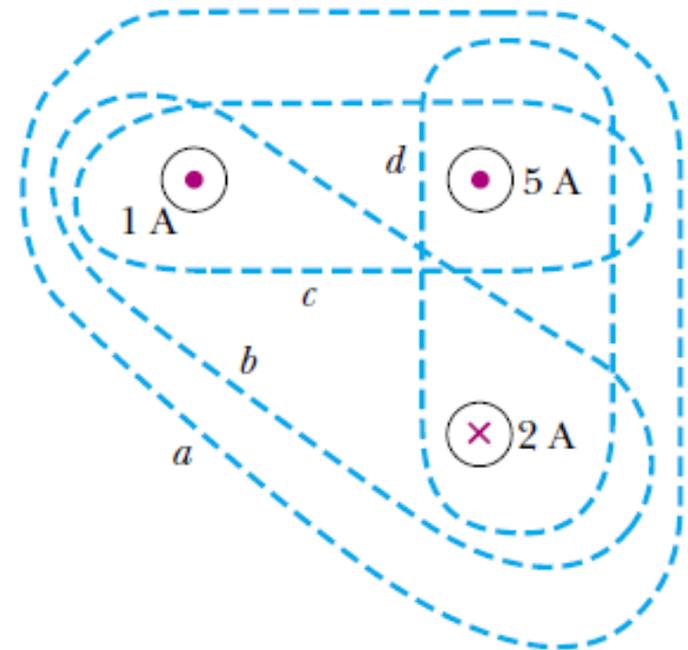


Regra da mão direita

# Desafio 3

Considere vários caminhos fechados a, b, c, e d próximos a três fios transportando corrente que corta o plano da lousa/tela. Classifique, do maior para o menor, a magnitude de  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$  para esses caminhos fechados.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



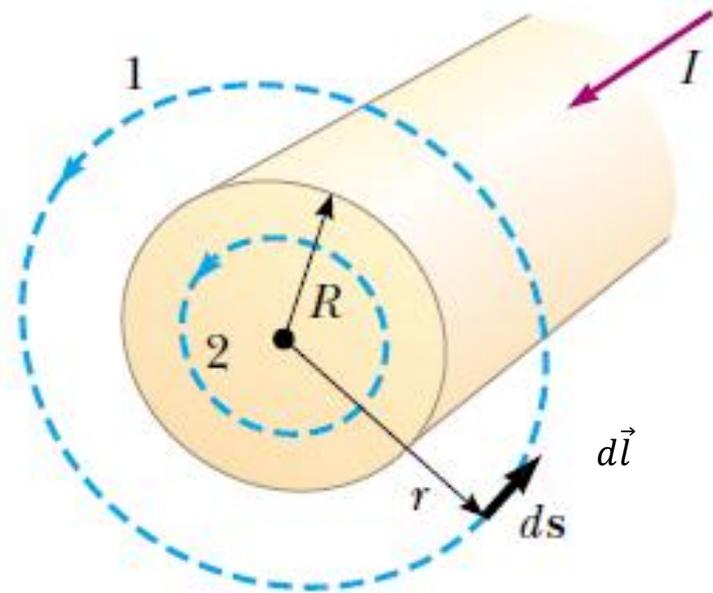
Varrendo no sentido antihorário

R: a = 4 A; b = 1 A; c = 6 A; d = 3 A.

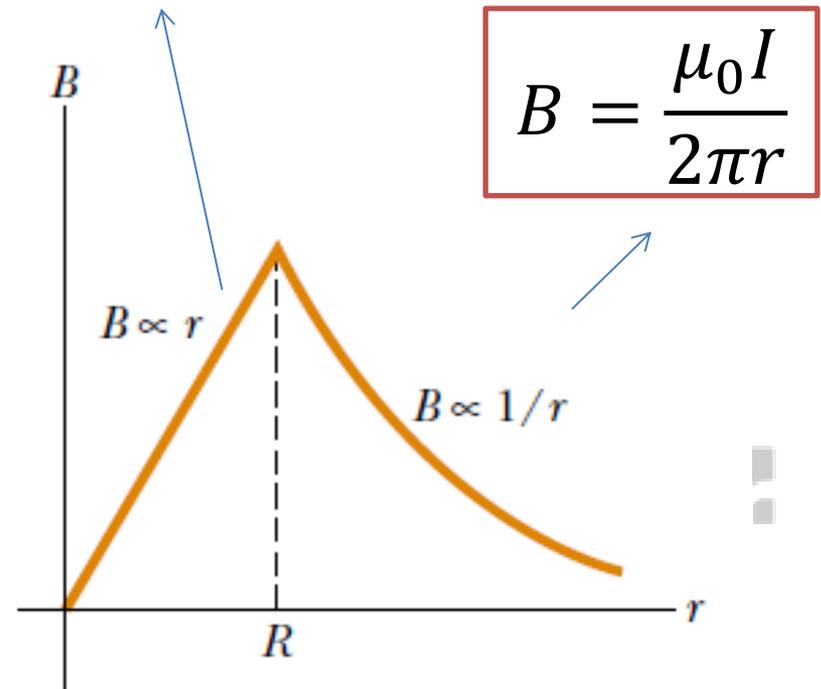
$c > a > d > b$

# Exemplo 4

Um fio longo e reto de raio  $R$  transporta uma corrente estacionária  $I$  uniformemente distribuída ao longo da seção transversal do fio. Calcule o campo magnético  $\vec{B}$  a uma distância  $r$  do centro do fio nas regiões  $r \geq R$  e  $r \leq R$ .



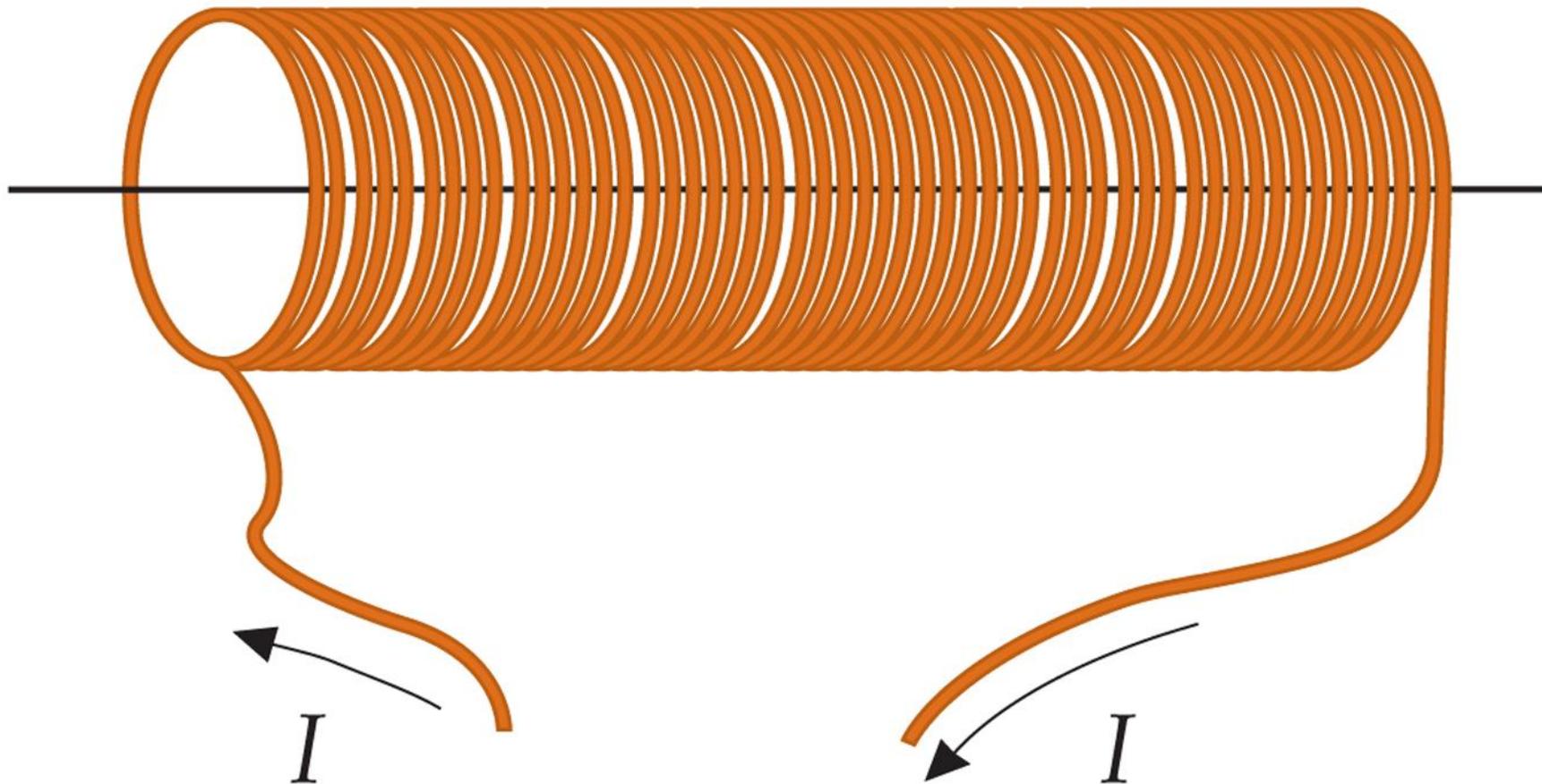
$$B = \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} \right) r$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

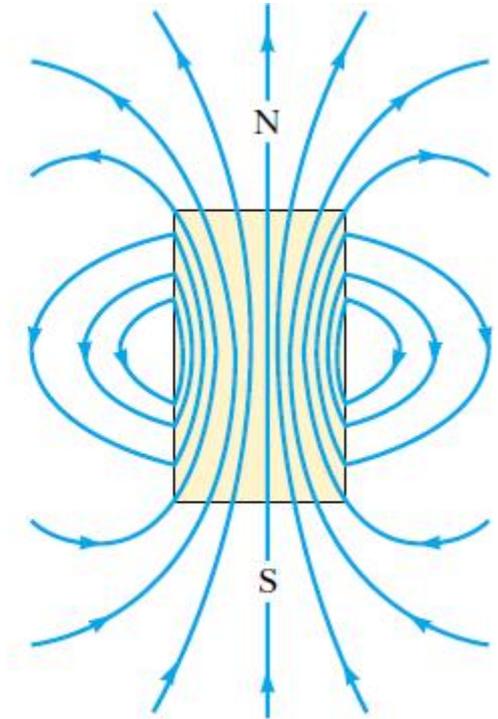
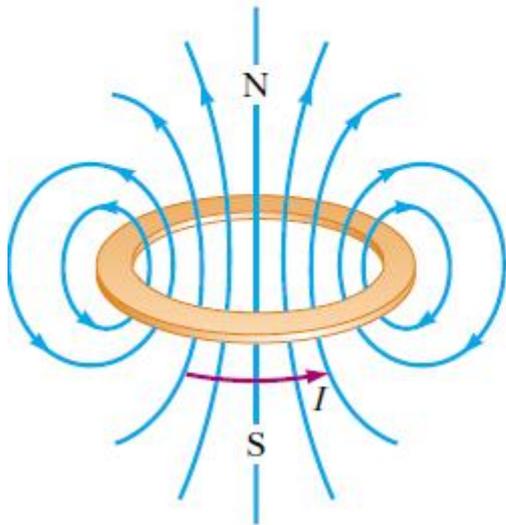
# Solenóide

---



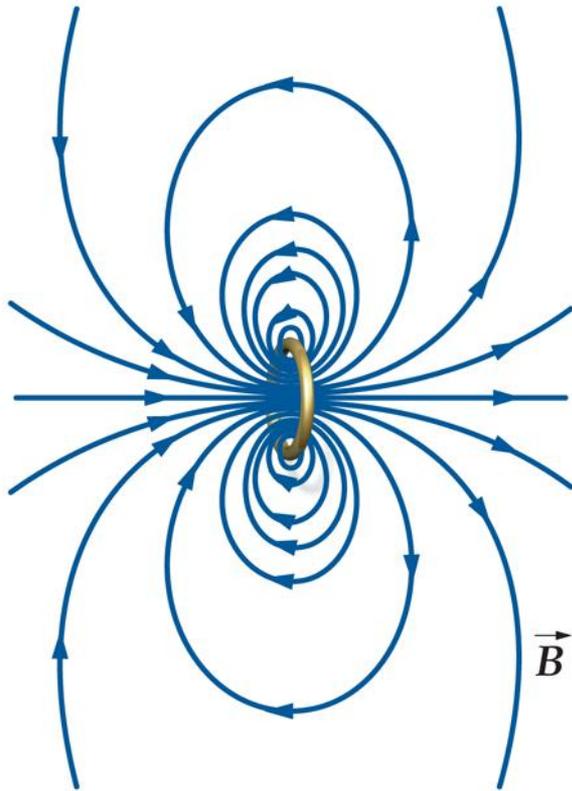
# Solenóide: Similaridades entre uma espira e um ímã

Campo magnético em ambos os casos:

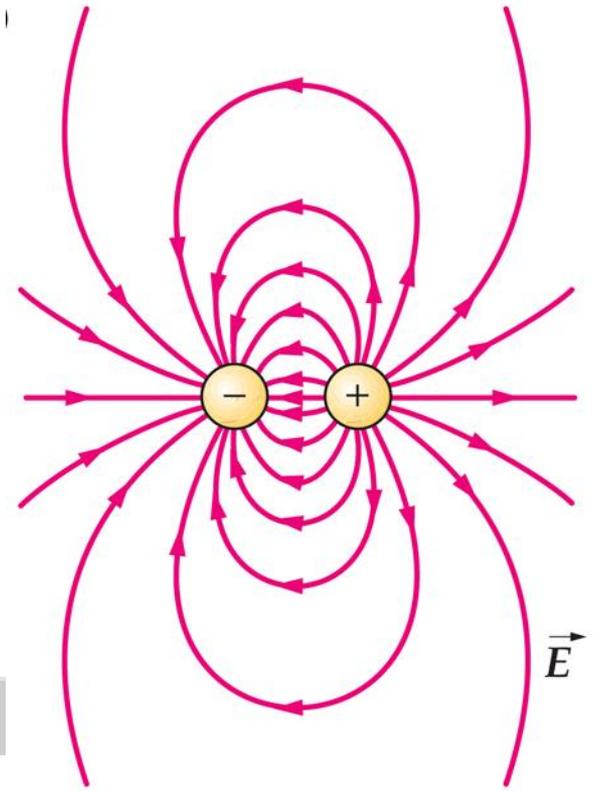


# Solenóide: Similaridades entre $\vec{p}$ e $\vec{\mu}$

Campo magnético devido a uma espira/dipolo:

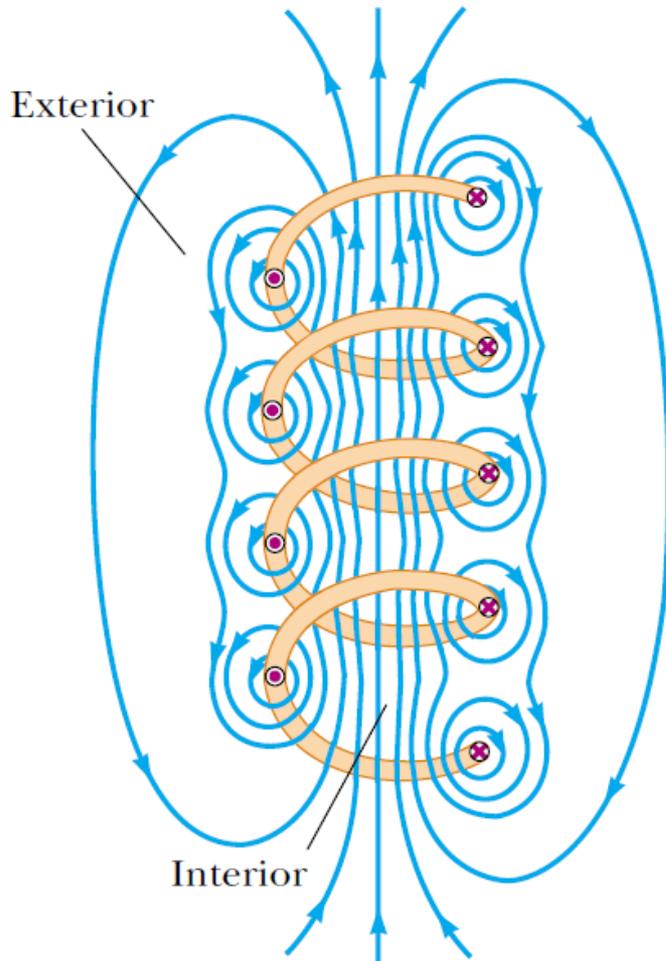


Campo elétrico devido a um dipolo elétrico:

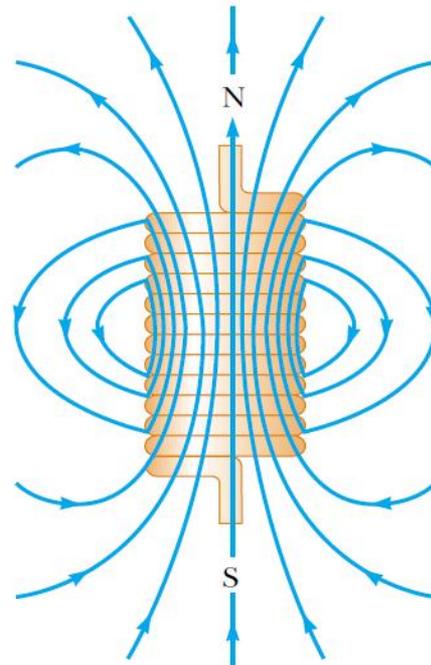


# Solenóide

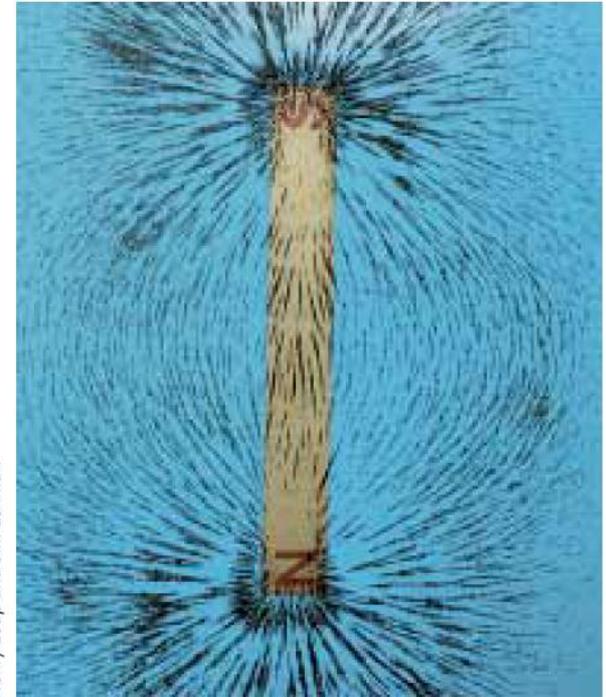
Solenóide “esticado”:



Solenóide ideal:



Henry Leap and Jim Lehman

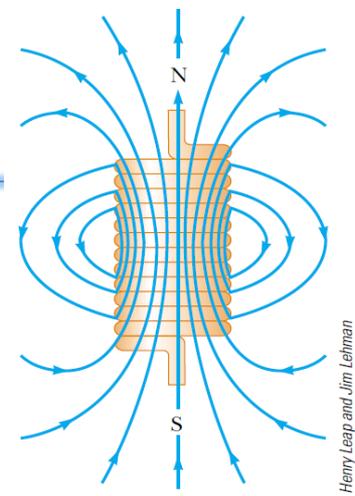


# Solenóide (Exemplo 5)

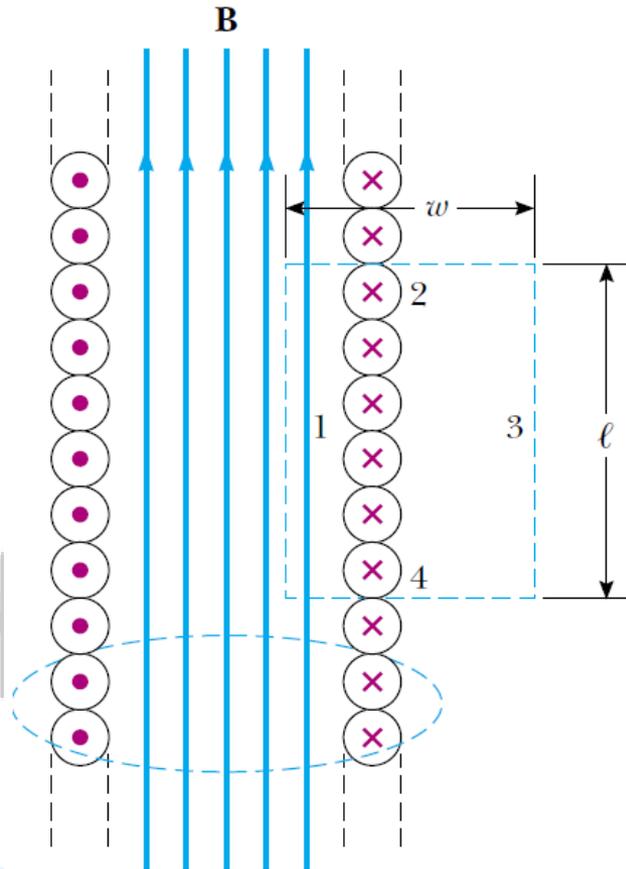
Aplicando a Lei de Ampère para um solenóide:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_1 \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_2 \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_3 \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_4 \vec{B} \cdot d\vec{l} = B\ell = \mu_0 NI$$

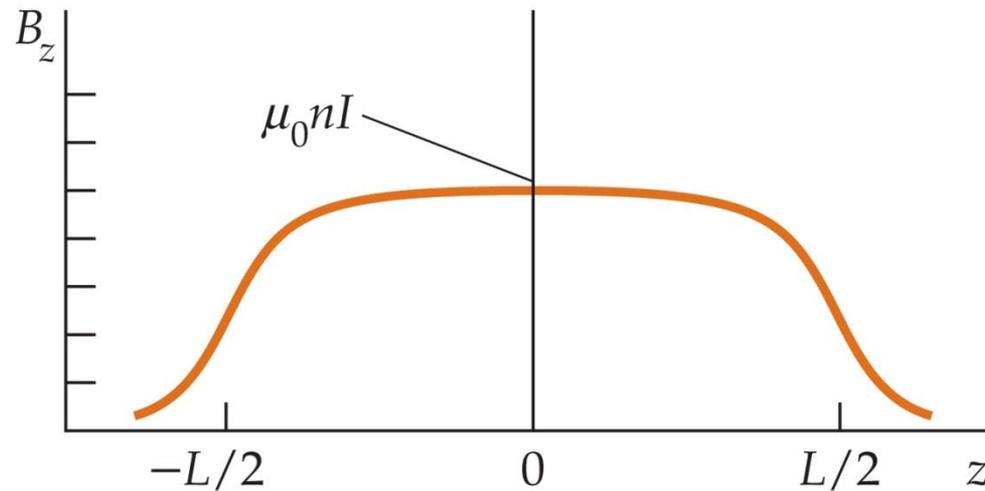
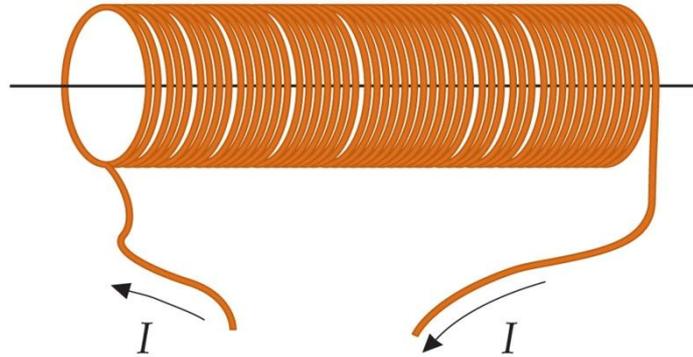
$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \mu_0 nI$$



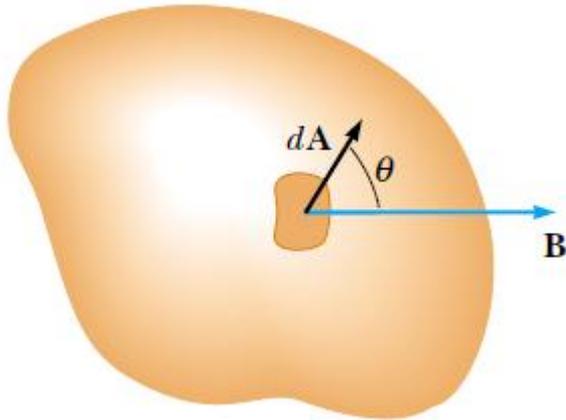
Henry Leap and Jim Lehman



# Solenóide real: perfil de campo



# Fluxo magnético



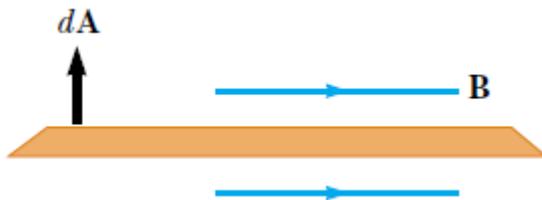
$$\Phi_B = \int_A \vec{B} \cdot \hat{n} da$$

Não é uma superfície fechada!

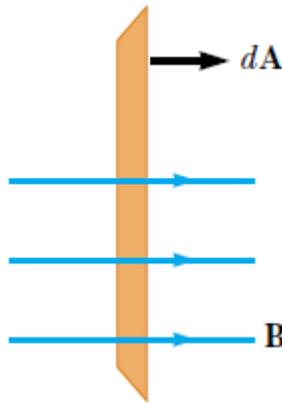
**Caso especial:**

- $\vec{B}$  uniforme;
- Área plana;

$$\Phi_B = B \cdot A \cdot \cos \theta$$



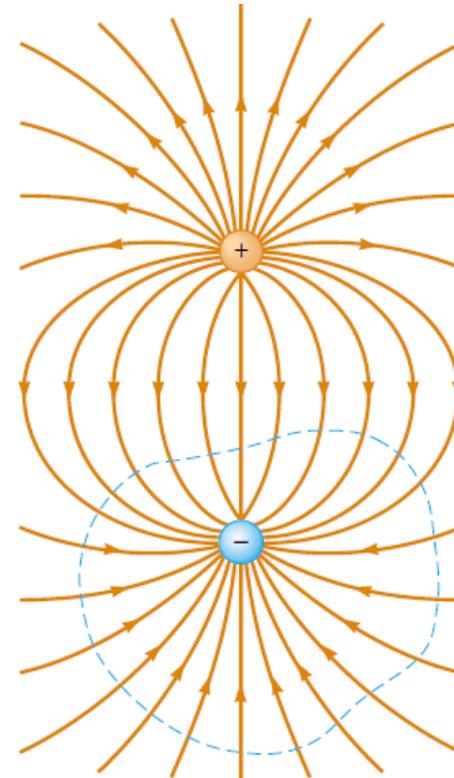
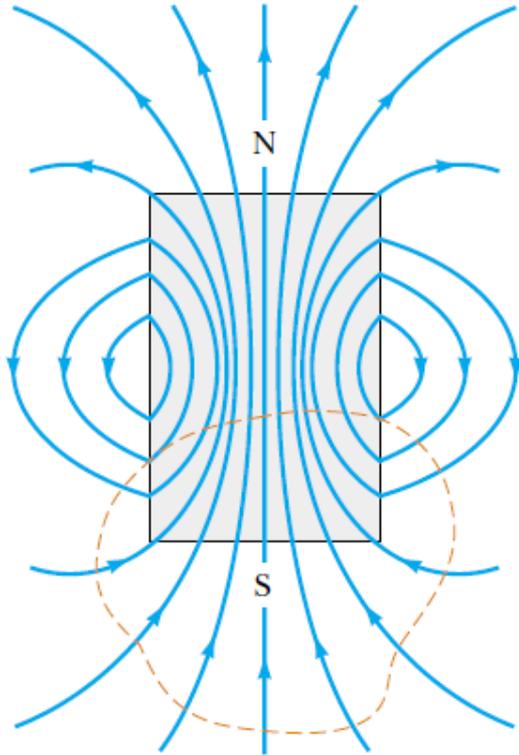
$$\Phi_B = 0$$



$$\Phi_B = \Phi_B^{\max}$$

O fluxo magnético que varia no tempo é muito importante e será estudado no próximo capítulo.

# Lei de Gauss no Magnetismo



$$\oint_S \vec{B} \cdot \hat{n} da = 0$$

Como o número de linhas que saem e que entram na superfície é o mesmo, o fluxo resultante de  $\vec{B}$  é zero.  
**Lembre-se: a menor unidade de “carga magnética” é um dipolo magnético.**

# Referências

---

- [1] D. Halliday, R. Resnick e J. Walker. Fundamentos da Física, 6ª ed., Rio de Janeiro: LTC, 2003. v. 3. 281 p.
- [2] H. D. YOUNG, R. A. FRIEDMAN. Física III: Eletromagnetismo, 12ª ed., São Paulo: Addison Wesley, 2008. v. 3. 425 p.
- [3] P. A. Tipler e G. Mosca. Física para cientistas e engenheiros, 5ª ed., Rio de Janeiro: Editora LTC, 2006. v. 2. 550 p.
- [4] R. A. Serway, J. W. Jewett Jr. Princípios de Física, Eletromagnetismo, 3ª ed., São Paulo: Thomson, 2005. v.3



FIM

